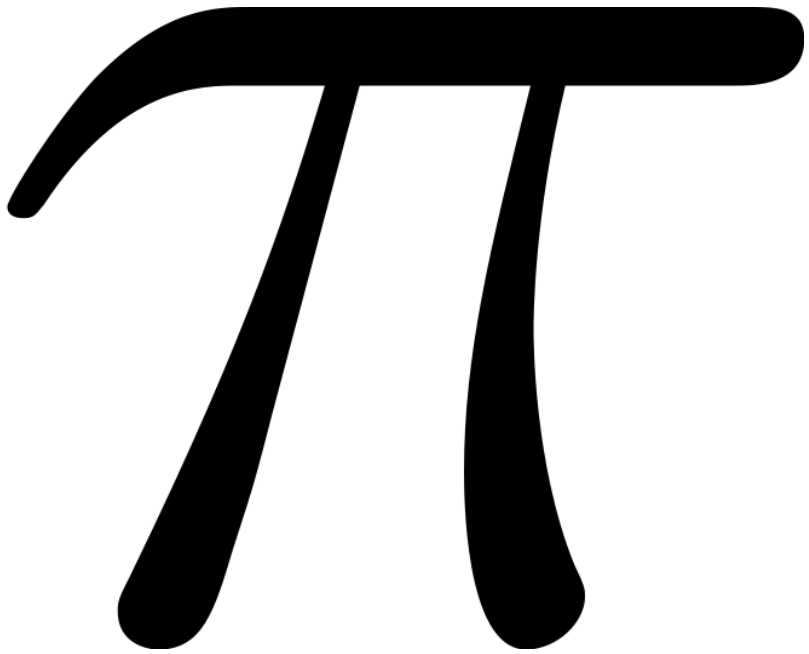
Ce document est distribué gratuitement par le site edudz.net

Exercices de Maths

-- Géométrie dans l'espace 3AS –

الهندسة في الفضاء

Par M. Moula



Scanné et amélioré par Majda de l'équipe eduDz ;-)

24 / 12 / 2009

الهندسة في الفضاء

التمرين 01 :

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

(P_2)و (P_1) مستويين من الفضاء حيث.

(P_1): معادلته $-2x+y+z-6=0$

(P_2): معادلته $x-2y+4z-9=0$

1)بين أن (P_1) و (P_2) متعامدان .

2) ليكن (D) المستقيم تقاطع (P_1) و (P_2) .

- بين أن التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) يعطي بالشكل :

$$t\in R\begin{cases}x=-7+2t\\y=-8+3t\\z=t\end{cases}$$

لتكن النقطة $A(-9,-4,-1)$

- هل A هي نقطة من (P_1) ؟
- أوجد بعدها عن المستوي (P_1) .

التمرين 02 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط A(1,0,2) ،

B(1,1,4) وC(−1,1,1)

1) أثبت أن نقط B,A وC ليست على استقامية.

2) أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3) ليكن P و P′ مستويين معادلتيهما على الترتيب $2x+y+2z+1=0$ و $x-2y+6z=0$

- أثبت أن P و P' متقاطعان وفق مستقيم D يطلب ايجاد تمثيله الوسيطي.
- هل المستقيم (D) و المستوي (BCA) متقاطعان ؟ أم متوازيان؟.

التمرين 03 :

$\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ معلم متعامد و متجانس للفضاء .

نعتبر النقطة$A(1,-2,0)$ و المستوى $(P): x+y-2z+4=0$

1- أوجد التمثيل الوسيطي للمستقيم (D) الذي يشمل A و يعامد (P)

2- عين إحداثيات النقطة H تقاطع(D) مع (P)

3- أحسب مسافة النقطة A للمستوي (P)

4- هل المستوي (P) و الكرة (S) التي مركزها النقطة A و نصف قطرها r=3 متقاطعان.

التمرين 04 :

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3,2,4), B(2,1,3), C(-3,-1,7)$

1. بين أن النقط C,B,A ليست على استقامة واحدة

2. (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} X = 2k-5 \\ Y = -3k-3 \\ Z = k+5 \end{cases} \quad k \in R$$

- بين أن المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC)
- عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3. لتكن H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (ABC)

تحقق أن H مرجح الجملة $\{(C,-1),(B,-2),(A,2)\}$

التمرين 05 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ،

نعتبر النقط $\{E(3,2,-1),D(1,0,-2),C(3,1,-3),B(0,4,-3),A(2,4,1)$

اجب بصحيح أو بخطأ مع التبرير لكل اقتراح من الاقتراحات التالية :

a) معادلة المستوي (ABC) هي: $2x+2y-z-11=0$

b) النقطة E هي المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC)

c) المستقيمان (AB) و (CD) متعامدان.

d) المستقيم (CD) معرف بتمثيله الوسيطي التالي :

$$\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-1+t \\ z=1-t \end{cases} \text{ مع } (t\in R)$$

التمرين 06 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر

$(C(0,1,-1),B(-1,1,0),A(1,0,-1))$

1/ أعط معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2/أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من النقطة $D(2;1;3)$ والعمودي على المستوي (ABC)

3/ حدد H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC)

4/ أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) التي أحد أقطارها $[DH]$

التمرين 07 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقطتين $A(8,0,8)$, $B(10,3,10)$ و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} x = -5 + 3s \\ Y = 1 + 2s \\ Z = -2s \end{cases}$$, s عدد حقيقي.

a /1) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المعرف ب A و B

b) برهن أن (D)و (Δ) من مستويين مختلفين.

2/نعتبر المستوي (P) الذي يشمل (Δ) و يوازي (D)

a)بين أن $\vec{n}$ (2,-2.1) شعاعا ناظميا ل (p) .استنتج معادلة ديكارتية ل (p)

b)بين أن البعد من نقطة كيفية M من (D) الى (P) مستقل عن M

c)أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم المعرف بتقاطع (p) مع المستوي $(O,\vec{i},\vec{j})$

3/أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S) المعرف كمايلي:

المستوي (P) مماس ل (S)عند النقطة $C(10,1,6)$ ، البعد من مركزها Ω الى (P) يساوي 6, Ω و O من نفس الجهة.

التمرين 08 :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

(P) ,(Q),(R) ثلاث مستويات معرفة كمايلي:

$$(R): x + 2y - z - 5 = 0, (Q): 3x + 2y - 2z - 10 = 0, (P): 2x + y - z - 6 = 0$$

I

1) بين أن (Q) و(P) يتقاطعان في مستقيم (Δ)

2) أكتب جملة معادلات وسيطية ل (Δ)ثم أدرس تقاطع المستوي (R) مع (Δ)

3) ما هو تقاطع المستويات الثلاث (P),(Q),(R) ؟

II نعتبر النقاط $F(1,1,-2), B(-2,-1,2), A(-1,-2,3), G(-\frac{5}{2},-3,5)$ و الأعداد a,b,c التي تحقق: $a+b+c=2$

عين الأعداد a,b و c التي من أجلها تكون مرجع النقاط A, B, F المرفقة بالمعاملات a,b,c على ترتيب.

التمرين 09 :

اختر الجواب الصحيح من بين الأجوبة المقترحة مع التعليل.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

I: (P) مستو معادلته x+y-3z+4=0 و نقطة $S(1,-2,0)$

1) التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) الذي يشمل S و عمودي على (P) هو :

أ) $\begin{cases} X=2+1 \\ Y=-1+t \\ Z=1-3t \end{cases}$ ب) $\begin{cases} X=1+t \\ Y=1-2t \\ Z=-3 \end{cases}$ ج) $\begin{cases} X=2+t \\ Y=-1+t \\ Z=-3-3t \end{cases}$

مع $t \in R$

2) إحداثيات H نقطة تقاطع (P) و المستقيم (Δ) هي :

أ) (-4,0,0) ب) $(\frac{6}{5},-\frac{9}{5},-\frac{3}{5})$ ج) $(\frac{8}{11},-\frac{25}{11},\frac{9}{11})$

3) المسافة بين S و المستوي (P) تساوي :

أ) $\frac{9}{\sqrt{11}}$ ب) $\frac{\sqrt{11}}{3}$ ج) $\frac{3}{\sqrt{11}}$

II: A و B نقطتان مختلفتان من الفضاء.

مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\left\|\vec{MA}+2\vec{MB}\right\| = \left\|\vec{AB}\right\|$ هي

أ) خالية ب) سطح الكرة ج) مستو.

التمرين 10 :

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط

$$B(-6,2,1), A(3,1,3)$$

(P) مستوى معادلته: $x + 2y + 2z - 5 = 0$

عين في كل حالة من حالات الآتية الإجابة الصحيحة مع التعليل.

1. مجموعة النقط M من الفضاء بحيث $\left\|4\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}\right\| = 2$ هي:

أ) مستوي من الفضاء ب) سطح كرة ج)مجموعة خالية

2. إحداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوى (P) هي :

أ) $\left(\frac{11}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ ب) $\left(\frac{8}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$ ج) $\left(\frac{-}{3},-\frac{1}{3},\frac{5}{3}\right)$

3. سطح الكرة ذات المركز B و نصف القطر 1.

أ) يقطع المستوي وفق دائرة ب) هو مماس لسطح الكرة ج) لا يقطع سطح الكرة

4. (Δ) مستقيم يشمل النقطة و شعاع توجيهه $\vec{u}(1,2,-1)$ و (Δ') مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي

مع t وسيط حقيقي $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 \end{cases}$

هل المستقيمين (Δ) و (Δ') :

أ) متوازيان ب) متقاطعان ج) ليسا من نفس المستوى